

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

КОЧАРЯН АРМЕНАК АРЗУМАНОВИЧ

УДК 531.1

НЕКОТОРЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ПРОИСХОЖДЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

01.04.02 - Теоретическая и математическая
физика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ереван-1987

Работа выполнена в Ереванском физическом институте

Научные руководители: доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент
АН АрмССР С.Г.МАТИНЯН
кандидат физико-математических
наук, старший научный сотрудник
В.Г.ГУРЗАДЯН

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Г.М.ЗАСЛАВСКИЙ ЧИ АН СССР)
доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Л.Б.РТАНЯН (ЕрГУ)

Ведущая организация - Институт теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ)

Защита состоится "_____" _____ 1987 г.
в "_____" часов на заседании Специализированного совета
Д 034.03.01 при Ереванском физическом институте
(г.Ереван-36, ул.Маркаряна 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Ереванского физического института.

Автореферат разослан "_____" _____ 1987 г.

Ученый секретарь Специализированного
совета, кандидат физико-математических
наук

В.А.Шахбазян

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Современная космология в последние десятилетия переживает качественно новый этап своего развития. Становится возможной постановка и исследование задач, обсуждение которых ранее принципиально не представлялось возможным. Такими являются проблема происхождения Вселенной, ее очень ранней эволюции, образование крупномасштабной структуры и т.д.

Как известно, любую задачу теоретической физики можно разбить на две части: на динамические уравнения (движения) и начальные условия. Если для линейных систем зависимость решений от начальных условий тривиальна, то для нелинейных систем (к которым сводятся и рассматриваемые нами космологические задачи) возникает интересная и сложная задача исследования этой зависимости.

Развитие теории динамических систем с одной стороны, а также исследование многих нелинейных систем в течение последних десятилетий - с другой, привело к обнаружению неожиданных проявлений стохастичности и регулярности. Рассмотренные к настоящему времени физические проблемы уже охватывают широкий класс явлений.

Исследование проблем космологии с позиций теории динамических систем может привести к более глубокому пониманию свойств наблюдаемой Вселенной.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование проявлений стохастичности и регулярности широкого круга вопросов космологии - от глобальных свойств суперпространства и решений космологических уравнений до вопросов эволюции гра-

витающих систем.

Научная новизна. На основе вариационного принципа АДМ динамические уравнения геометродинамики сведены к потоку геодезических на псевдоримановом многообразии. Для динамических систем на этих пространствах обобщены определения гиперболичности, устойчивости, неустойчивости и т.п. Используя эти определения, показано наличие неустойчивости геодезического потока в суперпространстве Уилера-де Витта. Получено единственное устойчивое решение фридмановского типа для уравнений Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками.

Показано, что для гравитирующих систем, представляемых в виде двумерных систем с неотрицательной кривизной, наличие областей регулярного и стохастического движения является их типичным свойством. Впервые показано, что такие системы в стохастических областях не являются системами Аносова.

Впервые найдено сильно устойчивое решение для системы Хенона-Хейлеса.

В рамках теории катастроф изучена проблема гравотермальной катастрофы для звездной системы с центральным массивным телом. Показано, что катастрофа типа "складка", имеющая место для обычных систем, сохраняется, наступая при более высоких температурах системы и меньших значениях контрастности плотности.

Исследована эволюция звездной системы с массивным центром. Показано, что в зависимости от свободных параметров системы уравнений эволюции она имеет устойчивые и неустойчивые особые точки и циклы.

Практическая ценность. Показано, что применение принципа

АДМ и метода геодезических потоков допускает исследование на устойчивость космологических решений. Показана эффективность использования методов теории динамических систем к изучению статистических свойств дисковых звездных систем, а также систем с массивным центром.

Результаты, полученные в работе при исследовании гиперболических свойств геодезических на псевдоримановых многообразиях и свойств двумерных систем с неотрицательной кривизной, могут применяться не только в задачах космологии, но и во многих задачах математической физики.

На защиту выносятся:

1. Сведение динамических уравнений геометродинамики к потоку геодезических в псевдоримановом пространстве на основе вариационного принципа АДМ.
2. Определение гиперболичности, устойчивости, неустойчивости и т.п. для динамических систем на псевдоримановых многообразиях.
3. Результаты о скорости убывания возмущений для "раздувающихся" решений, описывающих динамику изотропной Вселенной со скалярным полем.
4. Существование единственного устойчивого решения фридмановского типа, соответствующего радиационно-доминированной Вселенной, для уравнений Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками.
5. Наличие неустойчивости геодезического потока в суперпространстве Уилера-де Витта.
6. Существование областей регулярного и стохастического движения в двумерных с неотрицательной кривизной типичных сис-

темах и их свойств в стохастических областях.

7. Существование сильно устойчивых решений для системы Хенона-Хейлеса.

8. Сохранение катастрофы типа "складка" для звездной системы с центральным массивным телом и наступление катастрофы при более высоких температурах системы и меньших значениях контрастности плотности.

9. Наличие устойчивых и неустойчивых особых точек и циклов в зависимости от свободных параметров на фазовом портрете системы уравнений эволюции для звездной системы с массивным центром.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы докладывались на XXII Международной конференции по физике высоких энергий (Лейпциг, 1984 г.), на Всесоюзном совещании "Коллективные процессы в Галактике и их наблюдательные проявления" (Волгоград, 1985 г.), на XVIII Весеннем Симпозиуме по физике высоких энергий (Кордобанг, 1987 г.), на конференции по проблемам слабых и сильных взаимодействий и гравитации (Москва, 1987 г.), а также на семинарах ЕРФИ, ЕГУ, ГАИШ, МГУ, ЛГУ, ФИАН, ИКИ.

По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация содержит 95 страниц машинописного текста, состоит из введения, четырех глав, заключения, содержит II иллюстраций и 87 библиографических ссылок.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий обзор литературы, сформули-

рованы основные задачи диссертационной работы и обосновывается их актуальность, кратко описано распределение материала по главам диссертации.

В первой главе диссертации рассмотрены вопросы устойчивости космологических решений в суперпространстве.

В первом разделе на основе гамильтоновой формулировки геометродинамики (принципа Арновитта-Дезера-Мизнера) уравнения Эйнштейна для локально изотропных и однородных космологических моделей со скалярным полем с действием

$$I = \int P_\alpha d\alpha + P_\chi d\chi - N \mathcal{H}_{ADM} dt,$$

где

$$\mathcal{H}_{ADM} = \frac{e^{-3\alpha}}{2} [-P_\alpha^2 + P_\chi^2] + e^{3\alpha} \left[U(\chi) - \frac{k}{2} e^{-2\alpha} \right] \equiv \frac{1}{2} g^{ab} p_a p_b + W,$$

$\alpha = \ln a$; a - радиус Вселенной; $\chi = \sigma \phi$, ϕ - скалярное поле (σ - постоянная, имеющая размерность длины); $U(\chi) = \frac{4\pi G \sigma^2}{3} V(\phi)$, $V(\phi)$ - потенциал скалярного поля; сведены к потоку геодезических на псевдоримановом многообразии

$$\mathcal{H}_{ADM} \leftrightarrow \left\{ |W| g_{ab}, \sqrt{2} |W| dt, -\text{sgn} W \right\}.$$

Эта процедура обобщает принцип Мопертьюи. Тем самым изучение решений на устойчивость для широкого класса задач сведена к изучению геодезических потоков, что значительно упрощает задачу ввиду более простых свойств уравнения Якоби

$$\nabla_u \nabla_u Y + R(u, Y)u = 0.$$

Этот метод наиболее эффективен, когда исследуется не устойчивость движения отдельных точек на фазовом пространстве,

а устойчивость самих траекторий. Вместе с этим, исследования геодезического потока требуют новых определений устойчивости, гиперболичности в псевдоримановых пространствах, так как g_{ab} - псевдориманова метрика. Эти вопросы рассмотрены во втором разделе главы.

Развитый метод далее применен при исследовании устойчивости раздувающихся решений. Для разных потенциалов $V(\phi)$ скалярного поля получены законы устойчивости (убывания возмущений) раздувающихся решений. Так, при

$$V(\phi) = \frac{m^2 \phi^2}{2}$$

раздувающиеся решения являются линейно устойчивыми по критерию Ляпунова.

Во второй главе диссертации изучены квантовые эффекты в эволюции ранней Вселенной.

В первом разделе рассмотрен вклад квантовых поправок, связанных с поляризацией вакуума физических полей в сильном гравитационном поле. Гравитационное поле рассматривается классически, а в однопетлевом приближении учитываются вклады в поляризацию вакуума от всех полей материи, что сводится к рассмотрению уравнений Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R = 8\pi G (T_{ab} + \langle T_{ab} \rangle),$$

где T_{ab} - тензор энергии импульса реальной материи, а $\langle T_{ab} \rangle$ учитывает вклад квантовых поправок и в однопетлевом приближении имеет следующий вид

$$\langle T_{ab} \rangle = \alpha (R_{ac} R^c_b - \frac{2}{3} R R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R_{cd} R^{cd} + \frac{1}{4} g_{ab} R^2),$$

$$+ \frac{\beta}{3} (R_{;ab} - g_{ab} R^{;c}_c - R R_{ab} + \frac{1}{2} g_{ab} R^2),$$

α и β - безразмерные постоянные.

Показано, что в интервале времен

$$l \ll t \ll \max \{ |\alpha|^{1/2} l, |\beta|^{1/2} l \}, \quad l^2 = 8\pi G,$$

когда существенны только эти поправки, уравнения Эйнштейна имеют единственное устойчивое решение фридмановского типа - радиус Вселенной меняется как $t^{1/2}$, соответствующее радиационно-доминированной Вселенной.

Квантовые эффекты самого гравитационного поля в квазиклассическом приближении можно рассматривать, исходя из уравнения Уилера-де Витта

$$\left\{ G_{ijkl} \frac{\delta^2}{\delta h_{ij} \delta h_{kl}} + h^{1/2} \left[-{}^3R(h) + 2\lambda + l^2 T_{11} \left(-i \frac{\delta}{\delta \phi}, \phi \right) \right] \right\} \Psi[h_{ij}, \phi] = 0,$$

где G_{ijkl} - метрика суперпространства, т.е. пространства всех римановых метрик.

Используя методы динамических систем и результаты, изложенные в первой главе, показано наличие экспоненциальной неустойчивости геодезического потока в суперпространстве Уилера-де Витта для метрик, не зависящих от точки 3 - многообразия.

В третьей главе диссертации рассмотрены стохастические и регулярные свойства дисковых звездных систем - спиральных галактик. Таким примером является система Хенона-Хейлеса с гамильтонианом

$$H(p, q) = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2} + \frac{q_1^2 + q_2^2}{2} + q_1^2 q_2 - \frac{q_2^3}{3}$$

Эти системы исследованы с позиций теории динамических систем. С помощью принципа Мопертьюи задача сведена к исследованию геодезического потока на римановом многообразии. В итоге получена двумерная система с неотрицательной кривизной:

$$K = \frac{(\partial W)^2 - W \Delta W}{2W^3} > 0, \quad (\partial W)^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial q_2}\right)^2,$$

$$W = E - \frac{q_1^2 + q_2^2}{2} - q_1^2 q_2 + \frac{q_2^3}{3}.$$

Изучение подобных систем сводится к исследованию уравнения Якоби

$$Z''(s) + K(s)Z(s) = 0.$$

Показано, что почти все двумерные системы с неотрицательной кривизной являются "регулярно-стохастическими" системами, то есть наличие областей регулярного и стохастического движения положительной меры является их типичным свойством. В стохастических областях, состоящих из нескольких эргодических компонент с положительной энтропией, эти системы не имеют трансверсальных слоений. Для системы Хенона-Хейлеса показано также наличие сильно устойчивых решений, что сделало понятным существование островков устойчивости, найденных ранее численными методами.

В четвертой главе диссертации рассмотрены вопросы эволюции галактик и звездных скоплений с массивным центром:

Важным и в первое время даже неожиданным результатом в этой области явилось обнаружение Антоновым факта неустойчивости квазистационарной изотермической сферической системы при определенных ее параметрах. Физический анализ этого явления,

выполненный Линден-Беллом и Вудом, показал, что звездные системы обладают отрицательной удельной теплоемкостью, то есть более горячие области (центральные) при обмене энергией с холодными (внешними) становятся еще более горячими, в то время как холодные становятся более холодными, что неизбежно должно привести к так называемой "гравотермальной катастрофе". Этот вывод стимулировал большое количество работ, касающихся как самого процесса катастрофы, так и его последствий, в частности, возможности образования центрального массивного тела - черной дыры.

В первых трех разделах исследована устойчивость звездных систем, содержащих центральное массивное точечное тело. При этом мы существенно использовали методы и результаты теории катастроф.

Уравнение термодинамического равновесия самогравитирующих звездных систем имеет следующий вид

$$\frac{d^2 v}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{dv}{dR} + \exp\left[v - \mu \frac{z^2 v'(z)}{R}\right] = 0,$$

$$v(0) = v'(0) = 0, \quad 0 < R \leq z.$$

Численно решая это уравнение, мы получаем, что гравотермальная катастрофа, являющаяся катастрофой типа A_2 - "складка", не только имеет место для систем с точечной массой, но и становится существенно более "разрушительной". Во-первых, катастрофа происходит при более высоких температурах, чем в случае изотермической сферы. Во-вторых, что более важно, катастрофа (при β_{\max}) наступает при значительно меньших значениях контрастности плотности, т.е. в состоянии равновесия эти системы

ся" решений, описывающих динамику изотропной Вселенной со скалярным полем.

4. Показано, что уравнения Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками в интервале -времен, когда существенны только эти поправки, имеют единственное устойчивое решение фридмановского типа, соответствующее радиационно-доминированной Вселенной.

5. Показано наличие неустойчивости геодезического потока в суперпространстве Уилера-де Витта.

6. Показано, что для гравитирующих систем, представляемых в виде двумерных систем с неотрицательной кривизной, наличие областей регулярного и стохастического движения является их типичным свойством ("регулярно-стохастические системы"). В стохастических областях системы не являются системами Аносова и не имеют трансверсальных слоений.

7. Рассмотрена система Хенона-Хейлеса, для которой показано существование сильно устойчивых решений.

8. С позиций теории катастроф рассмотрена проблема гравитермальной катастрофы для звездной системы, содержащей центральное массивное тело. Показано, что катастрофа типа "складка", имеющая место для системы без массивного центра, сохраняется и в этом случае. Катастрофа наступает при более высоких температурах системы и меньших значениях контрастности плотности.

9. Рассмотрена эволюция звездной системы с массивным центром. Показано наличие устойчивых и неустойчивых особых точек и циклов в зависимости от свободных параметров на фазовом портрете системы уравнений эволюции.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Гурзадян В.Г., Кочарян А.А., Матинян С.Г. Эволюция очень ранней Вселенной с поляризованным вакуумом. - *Астрофизика*, 1985, т. 22, № 2, с. 287-292.

2. Гурзадян В.Г., Кочарян А.А. Стохастичность и регулярность дисковых звездных систем. - *Докл. АН СССР*, 1986, т. 287, № 4, с. 813-817.

3. Gurzadyan V.G., Kocharyan A.A. Disk Galaxies and Dynamical Systems with Non-Negative Curvature.- *Ast. Sp. Science*, 1987 (in press).

4. Гурзадян В.Г., Кочарян А.А. К эволюции звездных систем с массивным центром. - *Докл. АН СССР*, 1986, т. 289, № 1, с. 60-64.

5. Гурзадян В.Г., Кочарян А.А. Звездные системы как диссипативные динамические системы. - *Астрофизика*, 1987, т. 26, № 2, с. 275-284.

6. Гурзадян В.Г., Кочарян А.А., Матинян С.Г. Теория катастроф и звездные системы. - *Астрофизика*, 1987, т. 26, № 1, с. 139-151.

Гурзадян В.Г., Кочарян А.А., Матинян С.Г. Катастрофы в звездных системах. - *Докл. АН СССР*, 1987, (в печати).

7. Gurzadyan V.G., Kocharyan A.A. Hyperbolicity in Pseudo-Riemann Spaces.- Preprint EPI-920(71)-86, Yerevan, 1986.

8. Gurzadyan V.G., Kocharyan A.A. Instability in Wheeler - De Witt Superspace.- Preprint EPI - 921(72)-86, Yerevan, 1986.

9. Gurzadyan V.G., Kocharyan A.A. The Arnovitt-Deser-
Misner Principle and the Inflationary Universe.- Preprint
EPI-949(100)-86, Yerevan, 1986.

Гурзядян В.Г., Кочарян А.А. Принцип АДм и геодезические
потoki в суперпространстве. - ЖЭТФ; (в печати).

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 03.08.87г. ВФ-06048 Формат 60x84/16

Офсетная печать.

Тираж 170 экз.

Зак. тип. № 532

Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 26, Маргаряна 2